

主题名称	柱面及其方程	相关知识点	二次曲面
所属课程	高等数学	授课时长	1 学时, 45 分钟
授课对象	大一经济类专业	教学资源	多媒体
参考教材 章节位置	《高等数学及其应用》第二版 第 7 章 向量代数 7.4 节 常见的曲面与空间曲线		
学情分析			
<p>柱面是最常见的二次曲面, 柱面有着明显的几何特征, 我们很容易想象出它们的形状。柱面的方程就是如何利用向量工具把柱面的几何特征(几何结构)转化为代数方程(代数结构)。本课时内容对于培养学生分析问题能力和创新意识具有重要意义。</p> <p>选取柱面作为本次课的主题, 旨在通过柱面, 体会世界中图形的奇幻性, 发现生活中的数学美。通过动画演示, 深入了解柱面, 培养空间想象能力。</p>			
教学目标			
知识目标			
了解柱面的定义, 包括柱面的母线和准线的概念; 了解柱面的判定定理, 给出一个方程会判断它是否表示一个柱面, 并且会确定其母线的方向和准线。			
能力目标			
通过柱面的定义和判定定理的学习, 培养学生的空间想象能力和用代数方法解决几何问题的能力。			
情感态度目标			
发现生活中的数学美。			
教学重点			
理解柱面的生成及柱面方程的建立。			
教学难点			
柱面方程的建立。			
教学方法			

通过典型问题给学生以示范,让学生在典型问题的认识、分析和思考的过程中进行学习的一种教学方法。它能有效地调动学生的学习积极性,促进学生的认真思考,激发学生的内在潜能,以达到培养学生的自主学习意识。充分发挥多媒体的直观、形象的动态功能,加深学生对柱面的几何结构的认识。

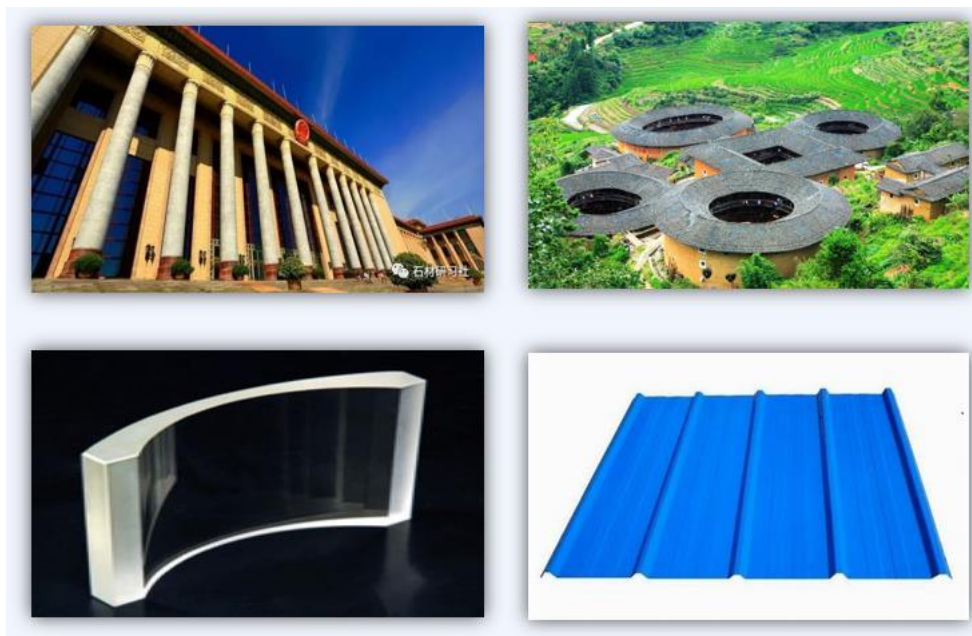
教学内容与过程

一、创设情境,兴趣导入(4分钟)

1. 观察生活实例

展示几个生活中的图形,让学生认识到柱面在生活中的重要性。

请同学们先观察下面的曲面:



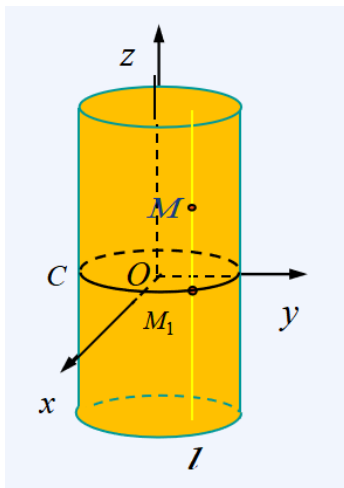
【问题提出】它们具有什么特点呢?

2. 通过引例引入柱面的定义

引例 讨论方程 $x^2 + y^2 = a^2$ 在空间中表示的图形。

首先复习该方程在平面上表示的图形:它表示的是 xoy 平面上一个以原点为圆心,半径为 a 的圆。然后引导学生分析该方程在空间中表示的图形:在空间直角坐标系中,方程可以看成是不含变量 y 的三元方程,因此只要一个点的横坐标 x 和纵坐标 y 能够满足该方程,不管其竖坐标 z 取什么值,该点就在该方程所表示的图形上,那么该图形便可以看成一条平行于 z 轴的直线,沿着上述 xoy 平面内的圆平行移动所

产生的轨迹，由此告诉学生得到的图形也是一个柱面，可以进一步称为圆柱面。



【问题提出】 满足什么特点呢？从而咱们可以引出柱面的定义。

设计意图：

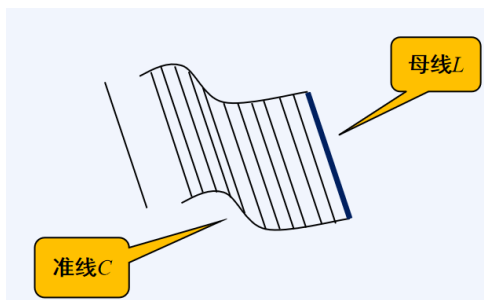
(1)创设贴近生活的问题情境，观察生活中的实例分析柱面特点，培养学生兴趣，激发学习热情，体会数学无处不在。应充分发挥学生的主动性，利用已有的知识去分析问题和解决问题，让学生通过思考得到圆柱面的形成过程，让学生能够感知柱面的特点。

(2)通过熟悉的圆的方程找到方程的形式与图形的形状特征之间的联系，从特殊到一般，引出柱面定义。

二、几何分析，概念讲授（4 分钟）

通过生活实例和圆柱面的分析，发现它们有共同的特点，都可以看成是平行于固定方向的直线沿与它相交的固定曲线平行移动所产生的轨迹。

从而得到了柱面的定义：在空间，由平行于定方向且与一条定曲线相交的一族平行直线所生成的曲面叫做柱面，定方向叫做柱面的方向，定曲线叫做柱面的准线，那族平行直线中的每一条直线，都叫做柱面的母线。



设计意图：

通过几何直观，强调讨论一个柱面时，关键抓住母线的方向和准线这两个要素。

三、数形结合，连续启发（12 分钟）

柱面判定定理的介绍

【问题提出】复习圆柱面的图形和方程，总结方程的形式和图形的特征之间有什么联系。

【分析】

1. 方程 $x^2 + y^2 = a^2$ 中不含有变量 z ，而圆柱面的母线恰好平行于 z 轴；而且圆柱面准线的方程也是 $x^2 + y^2 = a^2$ 。

2. 从特殊到一般，推出一般情况下，方程 $F(x, y) = 0$ 在空间中所表示的图形。注意到，方程不含变量 z ，则方程表示空间中的一个柱面，且柱面的母线平行于 z 轴，准线是 xoy 平面内的一条曲线，曲线的方程为： $F(x, y) = 0$ ，强调准线的方程和柱面的方程在形式上是一模一样的。

同理，可以得到方程： $G(y, z) = 0$ 表示空间一个柱面，其母线平行于 x 轴，准线方程为： $G(y, z) = 0$ ；方程 $H(z, x) = 0$ 表示空间一个柱面，其母线平行于 y 轴，准线方程为： $H(z, x) = 0$ 。

3. 总结上述内容，得到柱面的判定定理：

在空间直角坐标系中，只含有两个元（坐标）的三元方程所表示的曲面是一个柱面，它的母线平行于所缺元（坐标）的同名坐标轴。

设计意图：

充分发挥学生的主动性，根据已知圆柱面的图形和方程之间的联系，总结其中的规律，得到一般情况下，柱面的判定定理。

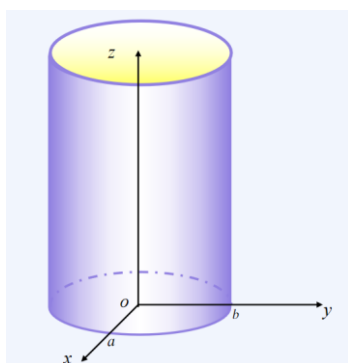
以三个特殊的柱面为例，巩固柱面的判定定理。

椭圆柱面： $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，其特点：母线平行于 z 轴，准线方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ；

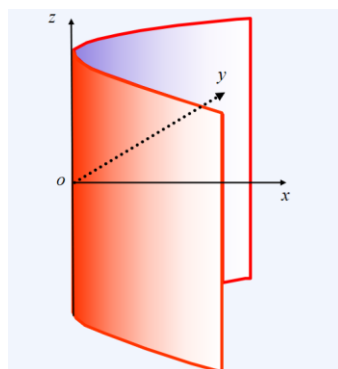
双曲柱面： $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ ，其特点：母线平行于 y 轴，准线方程为 $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ ；

抛物柱面： $y^2 = 2px$ ，其特点：母线平行于 z 轴，准线方程为 $y^2 = 2px$ 。

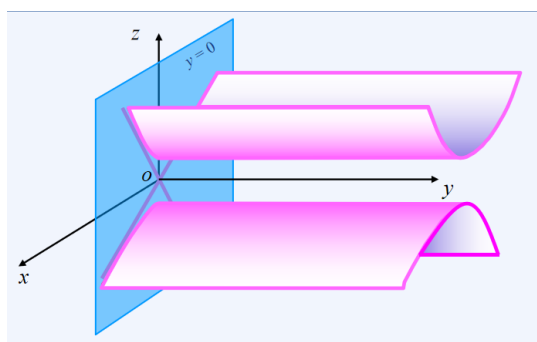
通过动画演示，常见的柱面。



椭圆柱面



双曲柱面



抛物柱面

设计意图：

运用现代教育技术手段进行辅助教学。运用多媒体课件，通过动态演示，形象、直观地揭示了柱面的内涵，清晰地展现了柱面的构造和特点，使课程新颖、生动、直观、形象，增加课程的趣味性，从而激发了学生的学习积极性。

四、拓展深化，强化训练（3分钟）

方 程	平面解析几何中	空间解析几何中
$x = 5$	平行于 y 轴的直线	平行于 $yo z$ 面的平面
$x^2 + y^2 = 9$	圆心在 $(0,0)$ ， 半径为3的圆	以 z 轴为中心轴的圆柱面
$y = x + 1$	斜率为1的直线	平行于 z 轴的平面

设计意图：

通过对比设置，表明同一个解析式在二维平面或者三维空间中表示不同轨迹。

【讨论】 请同学们利用截痕法，小组讨论旋转曲面的生成方式、性质及特征。

(20 分钟)

五、小结概念，总结方法 (2 分钟)

通过学生对柱面的观察、分析，促使学生对柱面有更深入的理解。

【课后作业】 课本 378 页 1, 4

六、板书设计，条理清晰

- 1.柱面的形成过程；
- 2.柱面、准线和母线的定义；
- 3.几种常见柱面的形状和特点。

教学总结

在学习柱面之前，列举生活中实际例子，从中都会看见柱面。与生活息息相关，激发学生的学习兴趣。通过对方程 $x^2 + y^2 = a^2$ 在空间中所表示图形形状的分析，引出柱面的定义。充分发挥学生学习的主动性，提高发现问题和解决问题的能力。

从熟悉的圆柱面出发，利用特殊到一般的方法，推出柱面的判定定理，并结合具体实例加以巩固，提高学生观察事物规律和总结事物规律的能力。结合多媒体课件，动态演示柱面的形成过程，让学生体会到数学之美。整个过程贯穿“解析法”的思想，同时“转化、讨论”思想也相映其中，无形中增添了数学的魅力以及优化了知识结构。