

主题名称	单叶双曲面	相关知识点	二次曲面、截痕法
所属课程	高等数学	授课时长	1 学时, 45 分钟
授课对象	大一经济类专业	教学资源	多媒体
参考教材 章节位置	《高等数学及其应用》第二版 第 7 章 向量代数 7.3 节 空间中的平面与空间曲线		
学情分析			
<p>前面已经学习了球面、柱面等内容。学生来自本科一年级, 空间想象能力弱, 对高等数学学习的动力不足。所以如何提高学生的学习兴趣, 激发其内在的学习动力是数学教学必须考虑的问题。本次设计利用多媒体动画演示辅助教学, 以吸引学生注意力, 提高学习兴趣。</p>			
教学目标			
知识目标			
<p>(1)对单叶双曲面有立体认识;</p> <p>(2)掌握截痕法;</p> <p>(3)了解单叶双曲面在建筑、生活中的应用。</p>			
能力目标			
<p>通过截痕法提升学生的数学思维素质、空间想象力、逻辑推理力, 培养学生的空间想象能力。</p>			
情感态度目标			
<p>发现生活中的数学美, 体会数学无处不在。</p>			
教学重点			
<p>利用截痕法理解单叶双曲面的形状。</p>			
教学难点			
<p>对单叶双曲面形状的理解。</p>			
教学方法			
<p>采用创设情境法、动画演示法与多媒体教学法进行教学, 激发学生们的学习兴</p>			

趣，提高课堂教学效果。采用引导发现式，变教授为导学，让学生学会思考和学习。

教学内容与过程

一、创设情境，兴趣导入（3 分钟）

请同学们观看双曲隧道试验：



设计意图：

通过双曲狭缝实验，吸引学生注意力，激发学生的兴趣和积极性，从而引出“单叶双曲面”。

二、数形结合，探究发现（12 分钟）

单叶双曲面的方程： $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

【问题提出】单叶双曲面具有什么特征呢？

1. 考察对称性与顶点。
2. 介绍截痕法

截痕法：通过考察截痕的形状，然后加以适当综合，从而实现从截痕这个局部特征到整体上来认识整个曲面面貌的一种方法。

3. 下面我们通过截痕法来讨论单叶双曲面的形状

(1)与平面 $z = 0$ 的交线 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 表示 xoy 面的一个椭圆。

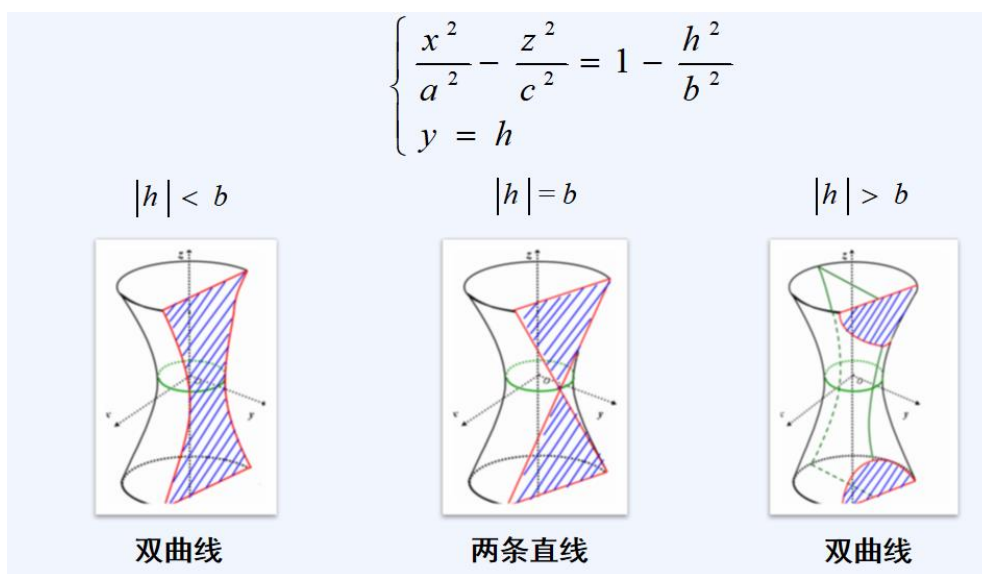
(2)与平面 $y = 0$ 的交线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 表示 xoz 面的一对双曲线。

4. (1) 与平面 $x=0$ 的交线 $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 表示 yoz 面的一对双曲线。

(2) 与平面 $z=h$ 的交线 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{h^2}{c^2} = 1$ 表示平行 xoy 面的椭圆。

(3) 与平面 $y=h$ 的交线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{h^2}{b^2}$ 表示平行 xoy 面的椭圆。

对 h 的取值分情况讨论：



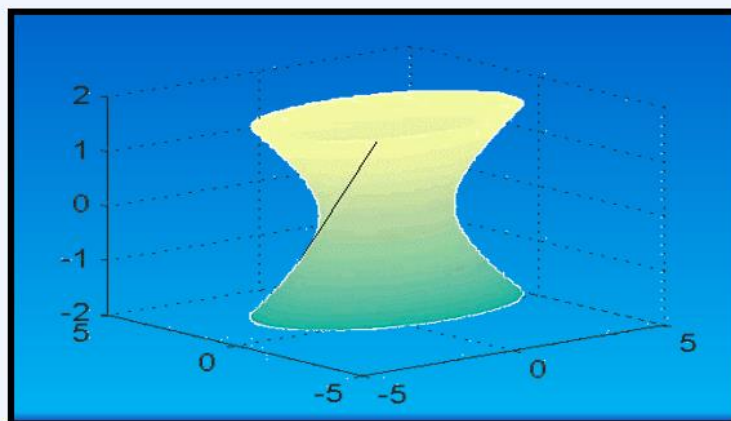
设计意图：

利用动画演示截割的过程，进一步帮助学生想象曲面的整体形状。

三、连续启发，层层推进（3分钟）

【问题提出】 单叶双曲面可以由椭圆移动构成，也可以由双曲线移动构成，联想是否也可以由直线移动构成？

请同学们观看动画演示：

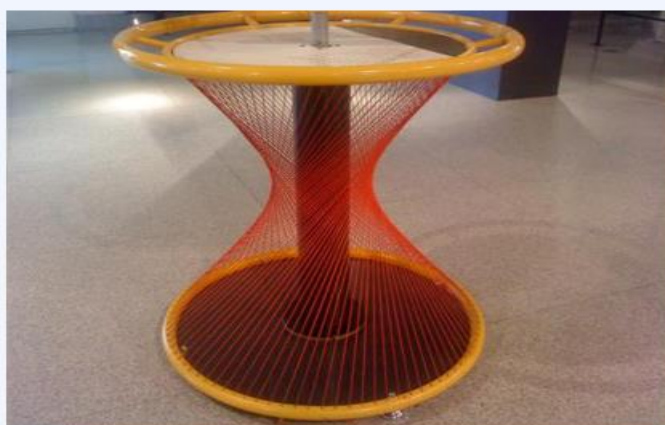


设计意图：

培养学生知识迁移能力，联想是否也可以由直线移动构成。为后面的应用做好铺垫。

四、拓展深化，强化训练（2 分钟）

单叶双曲面在日常生活中的应用



【小组讨论】请同学们利用平行截割法，小组讨论双叶双曲面的性质及特征。

（22 分钟）

五、小结概念，总结方法（3 分钟）

通过平行截割法，研究曲线的性质与特征。

【课后作业】 课本 379 页 1

练习使用截痕法研究双曲抛物面，给出该曲面的生成方式，并画出草图。

六、板书设计，条理清晰

1. 单叶双曲面的方程与性质；
2. 单叶双曲面的形状；

3. 单叶双曲面的应用；

4. 利用截痕法，类比单叶双曲面的研究方法，学习双叶双曲面的性质及特征。

教学总结

通过问题引入，引导学生主动探究，在介绍单叶双曲面的形状和性质时，直观性和逻辑性相结合。

在教学内容组织方面，既注意方程、图形、性质等知识的传授，又引入具体应用实例，体现基础知识与实际应用的结合。在教学中循循善诱，鼓励探究，小组讨论与合作，共同探究，发现新知。