

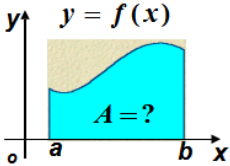

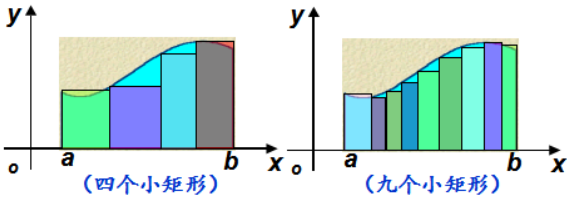


定积分的概念课程思政案例

教学设计	教学内容	课程思政内容
<p>创设情境，兴趣导入</p>	<p>【问题提出】 天津市的面积怎么求？即：如何求不规则的平面图形的面积？</p> <p>以天津市地图为例，我们可以通过打格子作分解，化未知为已知。问题归结为求矩形和曲边梯形的面积。</p> 	<p>创设贴近生活的问题情境，结合形象思维与逻辑思维。通过实际问题引入，提高学生的学习兴趣，并且为应用定积分做铺垫</p>
<p>动画演示</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;"> 天津商业大学 TIANJIN UNIVERSITY OF COMMERCE</p> <p style="text-align: center;">一、面积问题</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">实例1 (求曲边梯形的面积)</p> <p>曲边梯形： 由连续曲线 $y = f(x)$ ($f(x) \geq 0$)、x 轴与两条直线 $x = a, x = b$ 所围成的平面图形。</p>  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;"> 天津商业大学 TIANJIN UNIVERSITY OF COMMERCE</p> <p style="text-align: center;">用矩形面积近似取代曲边梯形面积</p>  <p style="text-align: center;">显然，小矩形越多，矩形总面积越接近曲边梯形面积。</p> </div>	<p>借助于几何直观，使得学生了解相关数学思想形成的过程。重点演示直与曲的转化，有限向无限的转化思想，启发学生所反映的辩证唯物主义的哲学思想。</p>

曲边梯形如图所示,

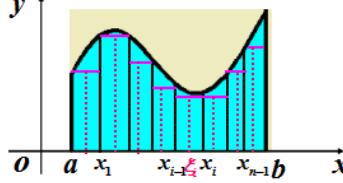
在区间 $[a, b]$ 内插入若干个分点

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

在区间 $[a, b]$ 分成 n 个小

区间 $[x_{i-1}, x_i]$,
长度为 $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$;

在每个小区间 $[x_{i-1}, x_i]$
上任取一点 ξ_i ;



以 $[x_{i-1}, x_i]$ 为底, $f(\xi_i)$ 为高的小矩形面积为

$$A_i = f(\xi_i)\Delta x_i$$

曲边梯形面积的近似值为

$$A \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$$

当分割无限加细, 即小区间的最大长度

$$\lambda = \max\{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n\} \rightarrow 0,$$

曲边梯形面积为

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$$

引导学生
总结归纳

二、定积分的定义

定义: 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上有定义, 用任意的分点

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$$

将 $[a, b]$ 分成 n 个小区间, 每个小区间 $[x_{i-1}, x_i]$ 的长度为

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} (i = 1, 2, \dots, n)$$

在每个小区间上任取一点 $\xi_i (x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i)$, 作和式

$$S_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot \Delta x_i$$

记 $\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \{\Delta x_i\}$, 如果当 $\lambda \rightarrow 0$ 时, 和式 S_n 的极限存在,

则称函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可积, 并称此极限值为函数

$f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的定积分, 记作 $\int_a^b f(x) dx$.

将数学思想方法
转化成数学语言
的过程, 使学生
对数学中蕴含的
理性美产生发自
内心的欣赏情
感; 体会用“极
限”的思想解决
问题, 会发生质
的飞跃; 培养学
生总结归纳、抽
象概括能力。

核心思政点

1.量变到质变的辩证唯物主义

微小矩形面积累加到精确曲边梯形面积，体现局部与整体、近似与精确、有限与无限的对立统一。

2.求真务实、严谨治学的科学精神

从近似到极限，强调精确化、逻辑化、规范化，培养严谨理性思维。

3.实践出真知的认识论

定积分源于面积、体积、路程等实际问题，体现数学从实践中来、到实践中去。

4.化繁为简、化整为零的方法论

教会学生分解问题、逐步逼近、久久为功，对应学习与工作中的踏实积累。

5.家国情怀与文化自信

介绍刘徽“割圆术”：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣”，是极限与积分思想的早期体现。