

“二阶微分方程”翻转课堂学习方案

学习班级：_____ 行政班级：_____ 小组：_____ 姓名：_____

一、基本信息

课程名称	高等数学 C (2)	学习对象	经济管理类专业
翻转内容	二阶微分方程	课程学时	线上 4 学时、线下 4 学时
重点难点	<p>重点：二阶常系数线性齐次微分方程通解、二阶常系数线性非齐次微分方程通解</p> <p>难点：二阶常系数线性非齐次微分方程特解</p>		
目标导学	<p>知识目标：掌握可降阶的二阶微分方程的求解；了解二阶线性齐次和线性非齐次微分方程的通解结构；掌握二阶常系数线性齐次微分方程的通解的求法；掌握二阶常系数线性非齐次微分方程的通解的求法。</p> <p>能力目标：培养学生借助于积分或变换等手段将二阶微分方程降为一阶微分方程的能力，并能将此方法推广为高阶微分方程；能将二阶常系数线性齐次微分方程和线性非齐次微分方程的求解方法推广为高阶常系数线性微分方程。</p> <p>情感目标：通过学习可降阶的二阶微分方程的求解，学会将复杂问题简单化；通过学习二阶常系数线性齐次微分方程的求解，学会转换思维。</p>		
学习方式	<p>(1) 学生个人通过辅助学习资源完成“二阶微分方程”内容的学习；</p> <p>(2) 学生将个人质疑带入小组讨论，形成学习结果；</p> <p>(3) 将小组的质疑，带到班级进行讨论，形成学习结果；</p> <p>(4) 对班级讨论后仍不能解决的问题进行汇总整理，提交教师；</p> <p>(5) 课上检测学习成效，展示学习成果；教师课上解疑。</p>		
学习资源	<p>(1) 线上学习资源 https://tjcu.yuketang.cn (天津商业大学-学堂云：微分方程 5-7 至 5-10)；</p> <p>(2) 高等数学及其应用 (第二版) 教材：第 11.3 节</p> <p>(3) 伴你学数学—高等数学及其应用导学 (第二版) 问题搜索部分：第 11.3 节； 技能归纳部分：p509-510，例 6、7； 能力提升部分：p511-514，“停下来想一想”栏目解惑。</p>		
时间安排	<p>第 1 阶段：自主学习：完成“二阶微分方程”的学习；提交“(一) 自学质疑学案”“(二) 训练展示学案”；</p> <p>第 2 阶段——线下检测+释疑：课堂学习效果检测，解决学习中的问题；</p> <p>第 3 阶段——课后总结反思：(三) 提交总结反思学案。</p>		

二、学习方案

(一) 自学质疑学案	
问题记录	学案内容 (自主学习)
	<p>一、思考题</p> <p>第 1 部分 (可降阶的二阶微分方程)</p> <p>1. 如何求解 n 阶微分方程 $y^{(n)} = f(x)$? 其通解中有几个任意常数? 并用此方法求 $y^{(5)} = x$ 的通解.</p> <p>2. 求解形如 $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$ 的两类微分方程时, 是否做了相同的变换? 请解释这两类方程的求解思路.</p> <p>3. 试验证 $y = C_1 \ln x + C_2$ (C_1, C_2 为任意常数) 是方程 $xy'' + y' = 0$ 的通解.</p>

第 2 部分 (二阶线性微分方程)

1. 二阶线性齐次微分方程和线性非齐次微分方程的通解分别是什么结构?

2. 二阶常系数线性齐次微分方程的通解和特征根是什么关系? 能否将这一关系推广到高阶微分方程? 设 $y_1 = e^{\lambda_1 x}$, $y_2 = e^{\lambda_2 x}$, $y_3 = e^{\lambda_3 x}$ 为某个三阶常系数线性齐次微分方程的线性无关的特解, 请写出该方程的通解.

3. 已知 $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{3x}$ 是某二阶常系数线性齐次微分方程的两个线性无关的特解, 试写出相应的微分方程.

4. 二阶常系数线性非齐次微分方程 $y'' + ay' + by = f(x)$ 的特征根为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, 而 $f(x) = e^x(3+x)$, 应该如何设此方程的特解?

二、练习题

第 1 部分 (可降阶的二阶微分方程)

1. 求 $y'' = e^x + \cos x$ 满足 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的特解.

2. 求 $y'' - \frac{1}{x}y' = 0$ 的通解.

3. 求 $yy'' + (y')^2 = 0$ 的通解.

4. 求 $xy'' + y' = x^2$ 的通解.

5. 求 $y'' - e^y y' = 0$ 满足 $y(0) = 0, y'(0) = 2$ 的特解.

第 2 部分 (二阶线性微分方程)

1. 求 $y'' - 3y' + 2y = 0$ 满足 $y(0) = 0, y'(0) = 2$ 的特解.

2. 求 $y'' - 6y' + 9y = 0$ 的通解.

3. 求 $y'' - 2y' + 2y = 0$ 的通解.

4. 求 $y'' - 2y' - 3y = 3x + 1$ 的通解.

5. 求 $y'' + 2y' - 3y = e^x$ 的通解.

6. 求 $y'' + 4y = x \cos x$ 的通解.

三、学习效果检测

- 1.学习完相应内容后，通过教材和作业检验对内容的理解；
- 2.对未理解的内容查找、反思、质疑.

教师提示：

- 1.根据个人实际情况，选择辅助学习资源中提供的一种或多种资源进行学习或其他资源进行学习.
- 2.内容学习中需要认真思考思考题；内容学习后，要完成作业题；在此基础上发现学习中的问题，到小组讨论解决，不能解决的到班级讨论解决；班级不能解决的问题提交教师.

(二) 训练展示学案

问题记录

学案内容

一、我学会了吗？

1. 求下列二阶微分方程的通解：

(1) $y'' = xe^x$ (2) $xy'' + y' = 0$ (3) $y'' - 4y' + 4y = 0$

(4) $y'' - 3y' + 2y = e^{2x}(4x + 5)$ (5) $y'' - 4y' + 5y = 2x + 3$

2. 已知 $y'' + ay' + by = Ce^x$ 的通解是 $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + xe^x$, 其中 C_1, C_2 是任意常数, 求 a, b, C 的值.

3. 已知函数 $y = y(x)$ 满足方程 $y'' - 5y' + 6y = 6x + 1$, 其图形在点 $(0, 1)$ 处的切线与曲线 $y = 2x^3 - x + 1$ 在该点处的切线重合, 求 y 的表达式.

4. 设二阶常系数线性微分方程 $y'' + ay' + by = 0$ 有特解 $y^* = xe^{2x}$, 求此微分方程及其通解.

5. 设函数 $y = f(x)$ 满足条件 $\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = -4 \end{cases}$, 求广义积分 $\int_0^{+\infty} y(x) dx$

二、跳一跳我能做什么？

1. 假设函数 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 分别是 $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_1(x)$ 和 $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_2(x)$ 的特解, (1) 试证明 $y_1(x) + y_2(x)$ 是方程 $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_1(x) + f_2(x)$ 的解; (2) 利用此结论求 $y'' - y' - 2y = e^{-x} + x + 1$ 的通解; (3) 试将此结论推广到 n 个函数的情况.

2. 试将求二阶常系数线性齐次和非齐次微分方程的通解的方法分别推广到三阶常系数线性齐次和非齐次微分方程, 设 a_1, a_2, a_3 为常数, (1) 写出三阶线性齐次微分方程 $y''' + a_1y'' + a_2y' + a_3y = 0$ 的通解; (2) 写出三阶线性非齐次微分方程 $y''' + a_1y'' + a_2y' + a_3y = e^{\alpha x} P_m(x)$ 的通解. (提示: 要针对特征值的不同情况分别讨论).

(三) 总结反思学案

思考、总结笔记:

- (1) 通过学习二阶微分方程的求解, 扩展了你解决哪些问题的方法? (举例说明)
- (2) 可降阶的二阶微分方程的求解和一阶微分方程有什么关系? 对于常系数的二阶线性微分方程, 在求解方法上与一阶微分方程的区别是什么?

自我反思、感悟笔记

- (1) 与前几章进行翻转课堂学习的学习比较, 你认为自己的学习有改进吗? 效率提高了吗? 还有什么需要改进的? 给自己打个分吧(满分 100 分).
- (2) 本部分的学习, 你在数学思想、方法方面收获了什么 (或得到了什么启示)?

教师评价: