“导数的应用”翻转课堂学习方案

教学班级：________ 行政班级：_________ 小组：________ 姓名：________

一、基本信息

课程名称	高等数学 C（1）	**学习对象**	工商类 2020 级
翻转内容	导数的应用——函数性态的研究及优化问题	**课程学时**	线上 4 学时、线下 2 学时
重点难点	将实际中求最大（或最小）的问题转化为优化问题，并求解.		
目标导学	**知识目标：**掌握函数单调性的判定、函数的极值及其求法、函数最值的求法、曲线凹凸性的判定、函数图形的绘制、最优化问题的求解方法； **能力目标：**会使用导数研究函数的性态并绘制函数的作图，会将实际的求最大（或最小）的问题转化为优化问题，并解决； **情感目标：**让学生体会数与形的结合，注重形象思维与逻辑思维的结合.让学生体会数学知识的应用价值，激发学生的求知欲；让学生体会对实际问题进行抽象处理的过程，不断提高学生数学素养.		
学习方式	（1）学生个人通过辅助学习资源完成“导数的应用——函数性态及优化问题”内容的学习； （2）学生将个人质疑带入小组讨论，形成学习结果； （3）将小组质疑，带到班级进行讨论（线上或线下），形成学习结果； （4）对班级讨论后仍不能解决的问题进行汇总整理，提交教师； （5）学习效果检测，教师解疑.		
学习资源	1.线上学习资源 https://tjcu.yuketang.cn（天津商业大学-学堂云）视频：3-11 至 3-15、3-18； 2.同济大学的高等数学（一） 3.高等数学及其应用教材：第 4.4、4.5、4.6 节； 4.伴你学数学—高等数学及其应用导学 （1）问题搜索部分：第 4.4、4.5、4.6 节； （2）技能归纳部分：p148-149，例 5； （3）能力提升部分： p156-158，“停下来想一想”栏目解惑及例 9-10.		
时间安排	第 1 阶段——自主学习质疑：完成“函数单调性的判定、函数的极值及其求法、函数最值的求法、曲线凹凸性的判定、函数图形的绘制、最优化问题的求解”的学习；提交“自学质疑学案”“训练展示学案”中的(一)和(二)；学生提交班级学习中未解决的问题； 第 2 阶段——线下检测+释疑：学习效果检测，解决学习中的问题；进一步完成学案中的问题； 第 3 阶段——以小组为单位，完成“训练展示学案”中的“感受导数的妙用和价值”，形成学习成果报告； 第 4 阶段——课后总结反思：完成总结反思学案（三）.完成学案全部工作，并提交.		

二、学习方案

（一）自学质疑学案	
问题记录	**学案内容（自主学习）**
	一、思考 **第一部分（函数单调性的判定、函数的极值及其求法、函数最值的求法）** 1.若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，在区间 (a,b) 内可导，如果 $f'(x)$ 在 (a,b) 内的有限个点处为零，在其余点处均为正，能否说函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上是单调增加的？为什么？ 2.函数的极值与最值有何区别和联系？ 3.函数的驻点是否一定是极值点？ 4.当函数在驻点的二阶导数等于零时，怎样判断函数在该点处是否取得极值？ 5.函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上的极大值一定大于 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上的极小值吗？

	第二部分（曲线凹凸性的判定、函数图形的绘制、最优化问题的求解） 1. 若 $f''(x_0)=0$ 能断定点 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点吗？为什么？ 2.曲线的渐近线有几种类型？如何求曲线的渐近线方程？ 3.如何描绘出函数的图形？ 4.如何将图形语言“翻译”成代数语言（即依据函数图形表述出函数的性态特征（如单调、极值、凹凸、间断点、连续点、拐点、渐近线等）） 5.解决最优化问题的关键步骤是什么？

二、练习

1. 求函数 $y=x+\frac{x}{x^2-1}$ 的单调性、极值、凹凸性、拐点、渐近线，并作出函数图形.

2.证明不等式 $x-\frac{x^2}{2}<\ln(1+x), x\in(0,+\infty)$

3.设函数 $f(x)=a\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\frac{\pi}{3}$ 处取得极大值，求常数 a.

4.已知曲线 $y=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ 有一个拐点,且拐点处有一水平切线，求 a,b,c 之间的关系.

5.一玩具经营商当产量$x\in[0,6000]$时，以下列成本和收益函数销售某种产品：$C(x)=2.4x-0.0002x^2$，$R(x)=7.2x-0.001x^2$，试问如何控制产量才能使利润随产量增加而增加？

6. 设某银行中的总存款量与银行付给储户利率的平方成正比，若银行以20%的年利率贷出总存款的90%,问给存户支付的年利率定为多少时才能获得最大利润？

三、学习效果自检

1.学习完相应内容后，通过教材和作业册中的练习检验对内容的理解；

2.对未理解的内容查找、反思、质疑.

教师提示:

1.根据个人实际情况，选择辅助学习资源中提供的一种或多种资源进行学习或其他资源进行学习.

2.内容学习中需要认真思考思考题；内容学习后，要完成练习题；在此基础上发现学习中的问题，到小组讨论解决，不能解决的到班级讨论解决；班级不能解决的问题提交教师.

（二）训练展示学案

问题记录	学案内容

一、我学会了吗？

1.若 $f(x)$ 二次可微且 $(x_0, f(x_0))$ 是它的一个拐点，则(　　　).

（1） $f'(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极值

（2）曲线 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的切线不存在

（3）函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极值

（4）上述三个结论都不一定成立

2. 设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2} = -1$，则在 $x = a$ 处(　　　).

（1） $f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a) \neq 0$

（2） $f(x)$ 取得极大值

（3） $f(x)$ 取得极小值

（4） $f(x)$ 的导数不存在

3. $f'(x) = (x-1)(2x+1), x \in (-\infty, +\infty)$ 则在 $(\dfrac{1}{4}, 1)$ 内(　　　).

（1） $f(x)$ 单调增加，曲线 $y = f(x)$ 是凹的

（2） $f(x)$ 单调减少，曲线 $y = f(x)$ 是凹的

（3） $f(x)$ 单调增加，曲线 $y = f(x)$ 是凸的

（4） $f(x)$ 单调减少，曲线 $y = f(x)$ 是凸的

4．设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义，$x_0 \neq 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，则(　　　).

（1） x_0 必是 $f(x)$ 的驻点

（2） $-x_0$ 必是 $-f(-x)$ 的极小值点

（3） $-x_0$ 必是 $-f(x)$ 的极小值点

（4）对一切 x 都有 $f(x) \le f(x_0)$

5.若函数 $y = f(x)$ 在其定义域 $D = \{x \mid x \neq 2\}$ 内具有二阶连续导数，且已知 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$，$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} = 1$，$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - x] = 2$，$\lim\limits_{x\to 2} = f(x) = \infty$；且当 $x \in (0,1)$ 时 $f'(x) < 0$，否则 $f'(x) > 0 (x \neq 2)$；当 $x \in (\dfrac{1}{2}, 2)$ 时 $f''(x) > 0$，否则 $f''(x) < 0 (x \neq 2)$，则

（1）函数的单调增加区间为（　　），单调减少区间为（　　）；

(2)函数的凹区间为(　　),函数的凸区间为(　　),拐点为(　　)；

（3）当 $x =$（　　）时，函数取得极（　　）值（　　）；

（4）曲线 $y = f(x)$ 的渐近线是（　　）；

（5）若 $f(0)=\frac{5}{4}, f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}, f(1)=\frac{1}{2}, f(-\frac{7}{4})=0$，绘出函数 $y=f(x)$ 的图形.

6.设 $f(x)=nx(1-x)^n$, 其中 n 为正整数，试求：

（1） $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上的最大值 M；

（2） $\lim\limits_{n\to\infty} M$.

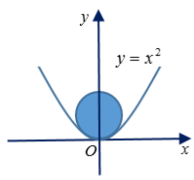
7.证明不等式：$(1+x)\ln(1+x)>x\ln x \quad (x>1)$.

8.设某厂家打算生产一批商品投放市场。已知该商品的需求函数为 $P=10e^{-\frac{x}{2}}$，且最大需求量为 6，其中 x 表示需求量，P 表示价格.

（1）求该商品的收益函数和边际收益；

（2）求收益为最大时的产量及最大收益；

（3）讨论收益函数的性质并利用讨论出的结果画出收益函数的图像.

	二、跳一跳我能做什么？ （课前投稿方式完成） 1.曲线的凹凸性刻画了曲线的弯曲方向，但在许多工程技术问题中，需要定量地描述曲线弯曲程度的大小，例如铁路的转弯处、桥洞的拱形等.如何利用二阶导数来刻画曲线弯曲程度的大小？ 2.设工件内表面的截线为抛物线 $y=x^2$，现在要用砂轮磨削齐内表面，问用直径多大的砂轮才比较合适？（要说明为什么） 

	三、感受导数的妙用和价值（选择其一.以小组为单位集体完成） 1.导数在运输问题中的应用. 如果某运输企业其货物运输途径是从海岛到某陆地城市，需要经过海运和陆地运输两个途径,现要在沿海岸线的陆地建立一个转运站,使运输时间最短.如何利用导数帮助运输企业制定选择转运站地点的方案. 2.导数在设计问题中的应用. （1）拐角问题.在医院的外科手术室，往往需要将病人安放在活动病床上,沿走廊推到手术室或送回病房,病床必须沿走廊绕过拐角,然而有的医院走廊较窄，就需要对病床的长度加以限制，医院在采购定制活动病床时应对病床的长度提出何种要求？ （2）铁路转弯问题.铺设铁轨弯道时，直线段铁轨和弧线段铁轨应以何种曲线过渡才能保证安全？直接使弧线段铁轨与直线段铁轨连接是否可以？ 3.导数在经济问题中的应用. （1）最优批量生产问题.如何利用导数帮助企业制定生产准备费和库存费达到最小的一年最优批量生产方案. （2）最优批量采购问题.如何利用导数帮助企业制定产品订购费和存贮费达到最小的一年最优批量采购方案.
（三）总结反思学案	

思考、总结笔记：
（1）掌握了利用导数符号判断函数单调性的方法，扩展了你解决哪些问题的方法？（举例说明） （2）掌握了利用二阶导数符号判断曲线凹凸性的方法，扩展了你解决哪些问题的方法？（举例说明） （3）你在日常生活或你的专业学习中遇到了哪些最优化问题？（举例说明）
自我反思、感悟笔记

（1）与前一章进行翻转课堂教学的学习比较，你认为自己的学习有改进吗？效率提高了吗？还有什么需要改进的？给自己打个分吧(满分 100 分). （2）在对函数性态进行研究时，多处都是应用分类思想和分类方法来处理研究对象，请利用分类思想和分类方法对这些内容设计出自己的分类小结？由此你感悟到了什么？
教师评价：