

公司资产问题

例1 资产管理在公司运营中占有举足轻重的地位，如何估算不同时期资产的变化情况是公司必须考虑的问题. 假设某公司第 t 年的净资产为 $W(t)$ (单位: 百万元)，并且资产本身以每年5%的速度一直连续增长，同时该公司每年要支出300百万元的资金用于支付职工的工资和福利，试讨论以下问题：

(1) 建立描述净资产 $W(t)$ 的微分方程模型；

(2) 假设该公司的初始净资产为 W_0 ，求第 t 年的净资产 $W(t)$ ；

(3) 在初始净资产 $W_0=5000, 6000, 7000$ 的不同情况下， $W(t)$ 如何变化？

解 (1) 由于公司净资产的增长速度为 $\frac{dW}{dt}$ ，根据经济学中动态平衡原理知

净资产的增长速度 = 资产本身增长速度 - 职工工资支付速度

因此，描述净资产 $W(t)$ 的微分方程模型为

$$\frac{dW}{dt} = 0.05W - 300. \quad (1)$$

(2) 方程(1)为可分离变量的微分方程，分离变量后有

$$\frac{dW}{W - 6000} = 0.05dt.$$

于是 $|W(t) - 6000| = C_1 e^{0.05t}$ 或 $W(t) - 6000 = C e^{0.05t}$ ($C = \pm C_1$).

上面求解过程中, 要求 $W(t) \neq 6000$; 事实上, 当 $W(t) = 6000$ 时, 有 $\frac{dW}{dt} = 0$, 也满足方程, 是微分方程(1)的解, 通常称此解为

平衡解. 由此可知, 方程的通解为

$$W(t) = 6000 + C e^{0.05t} \quad (C \text{ 为任意常数})$$

将 $W(0) = W_0$ 代入通解, 得方程的特解为

$$W(t) = 6000 + (W_0 - 6000)e^{0.05t}. \quad (2)$$

(3)根据特解(2)式, 当初始净资产 W_0 取不同值时, $W(t)$ 的变化情况如下:

若 $W_0=5000$ 百万元, 有 $\frac{dW}{dt} < 0$, 净资产 $W(t)$ 单调递减,

且 $W(35.835)=0$, 因此公司将在第36年破产;

若 $W_0=6000$ 百万元, 有 $\frac{dW}{dt}=0$, 此时公司将收支平衡,

净资产保持在6000百万元不变;

若 $W_0=7000$ 百万元, 有 $\frac{dW}{dt} > 0$, $W(t)$ 为单调递增函数,

此时公司净资产将按指数不断增大.

由此可知, 要使公司不亏损, 其初始净资产不能少于6000百万元.