

二、学习方案

(一) 自学质疑学案	
问题记录	学案内容 (自主学习)
	<p>一、思考题</p> <ol style="list-style-type: none">1. 哪类二重积分称为反常二重积分? 2. 反常二重积分如何转化为相应的二重积分的极限? 3. 反常二重积分收敛和发散的概念是什么? 4. 如何利用二重积分的几何意义求解空间立体的体积? 5. 如何理解用微元法研究平面薄片的质量问题?

二、练习题

1. 求反常二重积分 $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, 其中 D 为第一象限.
2. 求反常二重积分 $\int_0^{+\infty} dx \int_x^{2x} e^{-y^2} dy$.
3. 计算二重积分 $\iint_D \frac{x+y}{x^2+y^4} dx dy$, 其中 D 为 $x^2 + y^2 \geq 1$.
4. 计算二重积分 $\iint_D \frac{1}{x^4+y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | x \geq 1, y \geq x^2\}$.
5. 求曲面 $z = x^2 + y^2, x + y = 1$ 及各个坐标面围成的立体的体积.
6. 设平面薄片所占的闭区域是由 $y + x = 2, y = x$ 和 x 轴所围成, 它的面密度为 $\rho(x, y) = x^2 + y^2$, 求薄片的质量.

三、学习效果检测

1. 学习完相应内容后, 通过教材和作业检验对内容的理解;
2. 对未理解的内容查找、反思、质疑并列出来.

教师提示:

1. 根据个人实际情况, 选择辅助学习资源中提供的一种或多种资源进行学习或其他资源进行学习.
2. 内容学习中需要认真思考思考题; 内容学习后, 要完成作业题; 在此基础上发现学习中的问题, 到小组讨论解决, 不能解决的到班级讨论解决; 班级不能解决的问题提交教师.

(二) 训练展示学案

问题记录

学案内容

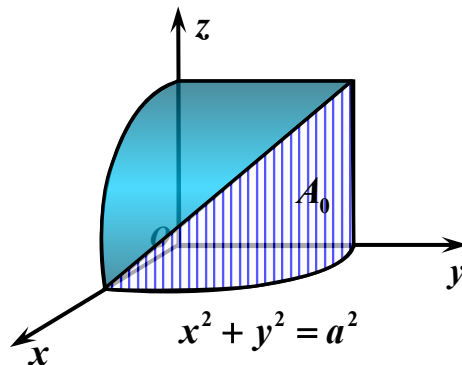
一、我学会了吗？

1. 计算积分 $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} \cos(x^2+y^2) dx dy$, 其中 D 为整个平面.

2. 讨论二重积分 $\iint_{x^2+y^2 \geq 1} \frac{1}{(x^2+y^2)^m} dx dy$ 的收敛性.

3. 求反常二重积分 $\iint_D \max\{x, y\} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, 其中 D 为整个平面.

4. 某学校在建学生宿舍楼时, 需要安装下水管道, 下水管道拐弯处需要设计两个管道相交, 现有半径为 a 的圆形管道材料, 试计算两管道在拐弯处所形成的体积 (体积的大小直接影响水的流量).



二、跳一跳我能做什么？

1. 如果把国家大剧院上半部分看成球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2$ 的一部分 (把大剧院的中心部位作为坐标原点), 大剧院的下面部分看成是圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 2a^2$ 的一部分, 因此, 国家大剧院的容积问题, 可以粗略的看出一个二重积分问题. 即: 求由球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2$ 和圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 2a^2$ 及 xoy 面上方所围成的公布部分的体积.



2. 叶子在光照作用下产生叶绿素, 向根系和主基输送营养成分。叶子的有效面在 xoy 面上是闭区域 D , 在某一定单位时间内, 它在 (x, y) 处的光合作用函数是 $f(x, y) \geq 0$, 那么整片叶子的叶绿素可用二重积分表示 $\iint_D f(x, y) dx dy$. 假设一片叶子占据的区域为 D , 其中关于 y 轴对称的一半区域 D_1 由螺线 $r = 2\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 上的一段弧与直线 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 围成, 在区域 D 上的光合作用函数为 $f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2 + 3\pi^2}$, 求叶子在区域 D 上的叶绿素.

三、感受重积分的妙用和价值

1. 探寻广义二重积分在后续课程《概率论与数理统计》中二维连续随机变量的分布函数求解中的应用，了解二重积分在后续学习中的重要作用。

2. 寻找重积分应用的精彩案例，感受数学的应用价值。

(三) 总结反思学案

思考、总结笔记:

(1) 广义二重积分及二重积分应用的学习, 扩展了你解决哪些问题的方法? (举例说明)

自我反思、感悟笔记

(1) 本章翻转课堂教学, 你认为自己的学习效率高吗? 还有什么需要改进的? 给自己打个分吧(满分 100 分).

(2) 本部分的学习, 你在感受数学的应用价值方面收获了什么(或得到了什么启示)?

教师评价: