

## “空间直角坐标系、向量代数”翻转课堂学习方案

学习班级：\_\_\_\_\_ 行政班级：\_\_\_\_\_ 小组：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

### 一、基本信息

课程名称	高等数学 C (2)	学习对象	经济管理类专业
翻转内容	空间直角坐标系、向量代数	课程学时	线上 2 学时、线下 2 学时
重点难点	<p><b>重点：</b>空间直角坐标系的有关概念，向量及其坐标，向量的数量积和向量积</p> <p><b>难点：</b>向量的数量积,向量积</p>		
目标导学	<p><b>知识目标：</b>理解空间直角坐标系的有关概念，会求空间两点间的距离；理解向量的概念及其表示；掌握向量的线性运算、数量积、向量积；会判断两向量垂直或平行的关系。</p> <p><b>能力目标：</b>通过空间直角坐标系、向量代数的学习过程，类比思维得到锻炼，增强提出问题、分析问题及解决问题的能力；学会独立思考和主动探究，提升自主学习和合作学习的能力。</p> <p><b>情感目标：</b>探寻解析几何的发展历史，寻找“数”“形”结合的精彩案例，感受数学的美与理，养成用数学的思想方法解决问题的意识。</p>		
学习方式	<p>(1) 学生个人通过辅助学习资源完成“空间直角坐标系、向量代数”内容的学习；</p> <p>(2) 学生将个人质疑带入小组讨论，形成学习结果；</p> <p>(3) 将小组的质疑，带到班级进行讨论，形成学习结果；</p> <p>(4) 对班级讨论后仍不能解决的问题进行汇总整理，提交教师；</p> <p>(5) 课上检测学习成效，展示学习成果；教师课上解疑。</p>		
学习资源	<p>(1) 线上学习资源 <a href="https://tjcu.yuketang.cn">https://tjcu.yuketang.cn</a> (天津商业大学-学堂云：多元微积分 1-1 至 1-9)；</p> <p>(2) 高等数学及其应用 (第二版) 教材：第 7.1、7.2 节</p> <p>(3) 伴你学数学—高等数学及其应用导学 (第二版)          问题搜索部分：第 7.1、7.2 节；          技能归纳部分：p298-299，例 1—例 4；          能力提升部分：p305-307，“停下来想一想”栏目解惑。</p>		
时间安排	<p>第 1 阶段——自主学习质疑：完成“空间直角坐标系、向量代数”的学习；提交“自学质疑学案”“训练展示学案”中的 (一)、(二)；</p> <p>第 2 阶段——(1) 线下检测+释疑：课堂学习效果检测，解决学习中的问题</p> <p style="padding-left: 40px;">(2) 线下展示评价：探析数形结合以及感受代数方法的妙用和价值学习成果展示 (感受“数”“形”结合的妙用和价值报告)</p> <p>第 3 阶段——课后总结反思：提交总结反思学案 (三)。</p>		

## 二、学习方案

(一) 自学质疑学案	
问题记录	学案内容 (自主学习)
	<p>一、思考题</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. 空间直角坐标系建立的右手法则的含义是什么?</li><li>2. 什么是向量的坐标分解式?</li><li>3. 向量在坐标轴上的投影与向量在坐标轴的分向量有何不同?</li><li>4. 计算两个向量的向量积要注意什么? 向量积满足交换律吗?</li><li>5. 两个向量向量积的模的几何意义是什么?</li><li>6. 如何判定两个向量的平行与垂直?</li></ol>

## 二、练习题

1. 写出定点  $(x, y, z)$  关于  $xoz$  面、 $x$  轴以及原点的对称点坐标.
2. 求出点  $A(5, 2, 4)$  到原点, 及各坐标轴的距离.
3. 求出在  $xoy$  平面上与已知点  $A(2, 1, 3), B(0, -2, 2), C(3, 3, 0)$  等距离的点的坐标.
4. 已知  $\alpha, \beta, \gamma$  为向量  $\vec{a}$  的方向角, 计算  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$  及  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$ .
5. 求向量  $\vec{a} = \{4, -3, 4\}$  在向量  $\vec{b} = \{2, 2, 1\}$  上的投影.
6. 已知  $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4$ , 且它们之间的夹角为  $\frac{\pi}{4}$ , 计算  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
7. 已知向量  $\vec{a}$  与各坐标轴成相等的锐角, 若  $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$ , 求  $\vec{a}$  的坐标.
8. 已知  $\vec{a} = (3, 2, 2), \vec{b} = (1, 0, 2)$ , 计算  $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}, 3\vec{a} \cdot (-2\vec{b})$ .

## 三、学习效果检测

1. 学习完相应内容后, 通过教材和作业检验对内容的理解;
2. 对未理解的内容查找、反思、质疑并列出来.

教师提示:

1. 根据个人实际情况, 选择辅助学习资源中提供的一种或多种资源进行学习或其他资源进行学习.
2. 内容学习中需要认真思考思考题; 内容学习后, 要完成作业题; 在此基础上发现学习中的问题, 到小组讨论解决, 不能解决的到班级讨论解决; 班级不能解决的问题提交教师.

(二) 训练展示学案

问题记录

学案内容

一、我学会了吗？

1. 在空间直角坐标系中，下列各点在哪个卦限？

(A)  $(2, -3, 4)$  (B)  $(2, 3, -4)$  (C)  $(2, -3, -4)$  (D)  $(-2, -3, 4)$

2. 求证以  $A(2, 1, 9)$ 、 $B(8, -1, 6)$ 、 $C(0, 4, 3)$  三点为顶点的三角形是一个等腰直角三角形.

3. 已知  $\vec{a} = \{1, 2, 5\}$ ， $\vec{b} = \{3, 1, 2\}$ ，计算它们的夹角余弦.

4. 已知  $\vec{a} = \{3, 5, -2\}$ ， $\vec{b} = \{2, 1, 4\}$ . 当  $\alpha, \beta$  满足什么条件时  $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$  与  $oz$  轴垂直？

5. 已知  $|\vec{a}| = 10$ ， $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \sqrt{15}\vec{k}$ ，且向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  平行，求向量  $\vec{a}$ .

6. 设  $\vec{a} = \{2, -3, 1\}$ ， $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$ ， $\vec{c} = \{1, -2, 0\}$ ，求  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

7. 若向量  $\vec{a} = \{2, 4, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{0, -2, 2\}$ , 单位向量  $\vec{e}$  同时垂直于  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$ , 求  $\vec{e}$ .

8. 已知向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ , 则  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ .

9. 证明  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$ , 并说明此式的几何意义.

10. 求由点  $A(3, 4, -1)$ ,  $B(2, 0, 3)$ ,  $C(-3, 5, 4)$  围成的三角形的面积.

11. 在平行四边形  $ABCD$  中, 已知

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2, |\vec{AB}| = 2, |\vec{AC}| = \sqrt{2}.$$

(1) 求此平行四边形的面积;

(2) 求同时垂直于向量  $\vec{a} = \{3, 6, 8\}$  和  $oy$  轴的单位向量.

## 二、跳一跳我能做什么？

类比思维作为一种重要的思维方法和推理方法，在数学发展的历史长河中占有举足轻重的地位。通过类比思维，在类比中联想，从而升华思维，既有模仿又有创新而类比推理的过程，是由此及彼的过程。

我们通过空间直角坐标系引入向量的坐标，进而给出了三维向量线性运算、数量积（内积）的坐标表示。

(1) 类比于三维向量，试给出  $n$  维向量的定义、线性运算定义式以及内积、模、夹角的定义。

(2) 利用角的概念可以测算两不同人种在遗传学上的接近程度。下表给出 4 种等位基因（一种基因的变体）在 4 类人种中出现的相对频率。

等位基因	因纽特人	班图人	英格兰人	朝鲜人
$A_1$	0.29	0.1034	0.20	0.22
$A_2$	0.00	0.08	0.06	0.00
$B$	0.03	0.12	0.06	0.20
$O$	0.67	0.69	0.66	0.57

设  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4$  分别表示因纽特人、班图人、英格兰人和朝鲜人 4 种等位基因相对频率 4 维向量。如果将两人种间的遗传学距离定义为两个对应向量的夹角，尝试利用此定义解释朝鲜人在遗传学上更接近于班图人还是英格兰人？

### 三、感受“数”“形”结合的妙用和价值

1. 探寻解析几何的发展历史，了解解析几何之父-笛卡尔.
2. 寻找“数”“形”结合的精彩案例，感受数学的美与理.

### (三) 总结反思学案

#### 思考、总结笔记:

(1) 空间直角坐标系和向量代数的学习, 扩展了你解决哪些问题的方法? (举例说明)

(2) 向量的坐标表示的优势是什么?

#### 自我反思、感悟笔记

(1) 本章翻转课堂教学, 你认为自己的学习效率高吗? 还有什么需要改进的? 给自己打个分吧(满分 100 分).

(2) 本部分的学习, 你在数学思想、方法方面收获了什么(或得到了什么启示)?

#### 教师评价: