

时间变化率——增长率

定义 如果经济变量 y 是时间 t 的函数，即 $y=F(t)$ ，设 $F(t)>0$ 且可导，则称 $\frac{F'(t)}{F(t)}$ 为 y 在 t 时刻的增长率或增长速度，记作 G ，

即

$$G = \frac{F'(t)}{F(t)} = \frac{\frac{dy}{dt}}{y} = \frac{d \ln y}{dt}$$

例 设经济变量 $y = y_0 e^{kt}$ ，求增长率。

解 由定义可得 $G = \frac{F'(t)}{F(t)} = k$ 即经济变量 y 的增长率为常数 k 。

这时也称经济变量 y 以增长率为 k 呈连续的指数增长。

例6 如国民收入以8%的速度呈连续的指数增长，那么多少年后国民收入将翻番？

解 国民收入以8%的速度呈连续的指数增长，所以国民收入

Y 可表示为
$$Y = Y_0 e^{0.08t}$$

其中 Y_0 为国民收入的初始值。

设经过 t 年国民收入翻番，即 $Y = 2Y_0$ ，则

$$2Y_0 = Y_0 e^{0.08t}, \quad t = \ln 2 / 0.08 \approx 8.66$$

即若国民收入以8%的速度呈连续的指数增长，大约需要8.66年国民收入即可翻番。