

讨论题 3：蛛网模型

以下为你提供两个参考答案，一个侧重于蛛网模型的三种类型与收敛条件，另一个侧重于理性预期与模型局限性的批判思考，并附带了课堂引导建议。

参考答案一：供给时滞与蛛网波动——为什么农产品价格总在震荡？

困惑描述：

农民们发现，今年猪肉价格大涨，于是纷纷决定多养猪。结果一年后，生猪集中上市，价格暴跌，农民亏本，又纷纷杀母猪。第二年猪肉又暴涨……如此循环往复。为什么会出现这种“一年涨、一年跌”的周期波动？

数学模型的解读：

1. 问题的数学抽象

蛛网模型描述的是生产滞后的市场。典型特征是：

- 本期的供给量 S_t 取决于上一期的价格 P_{t-1} （因为生产需要时间，农民根据去年的价格决定今年的产量）。
- 本期的需求量 D_t 取决于本期的价格 P_t （消费者立即反应）。

市场出清条件： $S_t = D_t$ 。

2. 线性模型的建立

假设需求函数和供给函数都是线性的：

$$\begin{aligned} D_t &= a - bP_t (a, b > 0) \\ S_t &= -c + dP_{t-1} (c, d > 0) \end{aligned}$$

令 $D_t = S_t$ ，得到：

$$a - bP_t = -c + dP_{t-1}$$

整理得一阶线性差分方程：

$$P_t = \frac{a+c}{b} - \frac{d}{b}P_{t-1}$$

3. 三种类型与图形解释

这个差分方程的解取决于斜率 $\frac{d}{b}$ 的大小。在经济学中， d 是供给曲线的斜率， b 是需求曲线斜率的绝对值。因此：

- 当 $d < b$ （供给曲线比需求曲线陡峭）：价格序列收敛于均衡点。表现为向内螺旋的蛛网，最终趋于稳定。
- 当 $d > b$ （供给曲线比需求曲线平坦）：价格序列发散，震荡幅度越来越大，最终远离均衡。表现为向外扩散的蛛网。
- 当 $d = b$ （斜率相等）：价格序列等幅震荡，既不收敛也不发散。表现为封闭的蛛网。

4. 直观理解

- **收敛型**：农民对价格的反应程度（供给弹性）小于消费者的反应程度（需求弹性）。市场有自我调节能力。
- **发散型**：农民反应过度，供给弹性太大，导致“矫枉过正”，越调越乱。
- **封闭型**：两者相等，形成永不消失的周期。

5. 现实中的蛛网

蛛网模型常用于解释农产品、生猪、水产品等生产周期较长的商品价格波动。中国的“猪周期”就是典型例子：猪价高→母猪存栏增加→生猪供应增加→猪价下跌→淘汰母猪→生猪供应减少→猪价上涨，循环往复。

课堂引导语：

“为什么农民总是一窝蜂地种大蒜、一窝蜂地砍大蒜？数学上，这是因为供给对价格的反应存在时滞。蛛网模型用差分方程画出了这个循环：去年高价导致今年多产，今年多产导致今年低价，今年低价又导致明年少产……这张‘蛛网’画出的，就是农民追涨杀跌的宿命。”

参考答案二：预期的作用与理性批判——如果农民更聪明，蛛网还会存在吗？

困惑描述：

蛛网模型假设农民是“向后看”的：完全根据上一年的价格决定今年的生产。但现实中，聪明的农民会预期未来的价格。如果他们都能准确预测，蛛网波动还会存在吗？如果所有人都想利用预期赚钱，会发生什么？

数学模型的解读：

1. 模型局限性的思考

经典蛛网模型有一个关键假设：**静态预期**。即生产者预期今年的价格等于去年的价格： $P_t^e = P_{t-1}$ 。

这个假设在现实中过于简单。农民也会学习，也会看新闻，也会分析趋势。

2. 适应性预期

一个更合理的假设是**适应性预期**：生产者根据过去的预测误差调整预期。

$$P_t^e = P_{t-1}^e + \lambda(P_{t-1} - P_{t-1}^e), 0 < \lambda < 1$$

这种预期机制会使系统的动态行为变得更加复杂，但通常更稳定，因为它平滑了价格的冲击。

3. 理性预期革命

1970年代，卢卡斯等人提出**理性预期**假说：生产者会利用所有可得信息（包括对市场的理解、政策信息等）来形成预期，他们的预期不会出现系统性误差。

在理性预期下，如果市场参与者都知道蛛网模型的存在，他们会提前调整行为，从而消除可预测的周期。比如，农民知道明年价格会因为今年的高价而下跌，就不会过度增产，从而使价格不会跌得那么惨。

4. 预期的自我实现与自我否定

○ **自我实现**：如果所有人都预期价格会涨，就会抢购，导致价格真的涨。

○ **自我否定**：如果农民都预期明年价格会跌，就会减少生产，结果明年价格反而涨。

这种预期与结果之间的复杂互动，是现代经济学的前沿问题。

5. 引入随机冲击

更现实的模型会引入随机因素（如天气、政策变化、国际市场波动）。这时，价格序列不再是确定性的周期波动，而是带有随机性的时间序列。蛛网模型就演化成了**随机差分方程**，可以用时间序列分析方法（如AR模型）来研究。

6. 实验经济学的启示

有趣的是，实验经济学中让真实人类扮演生产者时，即使告诉他们蛛网模型的原理，仍然会出现明显的周期波动。这说明人类的决策并非完全理性，存在着“有限理性”和“羊群效应”。

课堂引导语：

“如果农民都像经济学家一样聪明，蛛网还会存在吗？理论上，理性预期可以消除可预测的周期。但现实中，人不是完全理性的机器，而且还有天气、政策等随机冲击。所以‘猪周期’依然存在，只是更复杂了。数学给了我们一个从简单到复杂的思考框架：从静态预期到适应性预期，再到理性预期，每一步都更接近现实。”

给老师的总结升华建议

在学生们讨论完这两个例子后，你可以帮他们梳理出蛛网模型中的**核心数学思想**：

问题维度	数学工具	揭示的本质
基本模型	一阶线性差分方程	供给时滞导致价格波动
收敛条件	特征根 (供给弹性小于需求弹性才稳定
图形解释	蛛网图示	直观展示价格调整路径
预期机制	静态/适应性/理性预期	预期形成方式影响系统稳定性
随机扩展	随机差分方程、时间序列	引入随机冲击更贴近现实

可拓展的课堂提问：

- 如果政府实行价格支持政策（如最低收购价），对蛛网波动有什么影响？
- 为什么生猪周期通常持续 3-4 年，而不是 1 年？（引出生产周期与繁殖周期的关系）
- 在股票市场，是否存在类似蛛网模型的机制？（引出投机与预期的差异）
- 如何用实际数据检验一个市场是否符合蛛网模型？