相对敏感度——弹性

定义 如果经济变量y是另一经济变量x的函数，即$y=f(x)$，则称$f'(x)$为函数$f(x)$的边际.

如果经济变量y 是另一经济变量 x 的函数，即$y=f(x)$，设其在点 x_0 处可导，如果当$\Delta x\to 0$时，函数的相对改变量

$\dfrac{\Delta y}{y_0}=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{y_0}$ 与自变量的相对改变量$\dfrac{\Delta x}{x_0}$之比 $\dfrac{\Delta y}{y_0}\Big/\dfrac{\Delta x}{x_0}$ 的极限存在，则称此极限值为函数$y=f(x)$在点x_0处的相对变化率或弹性或弹性系数. 记作 $\left.\dfrac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}\right|_{x=x_0}$ 或 $\dfrac{\mathrm{E}f(x_0)}{\mathrm{E}x}$，即

$$\left.\frac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}\right|_{x=x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{\dfrac{\Delta y}{y_0}}{\dfrac{\Delta x}{x_0}}=\lim_{x\to x_0}\frac{\Delta y}{\Delta x}\frac{x_0}{y_0}=f'(x_0)\cdot\frac{x_0}{f(x_0)}$$

说明：

① 通常情况下，我们说弹性时只说弹性的数值大小，即弹性的绝对值. 例如，$\left.\frac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}\right|_{x=x_0}=-2$，我们说弹性的大小为2.

② 弹性的经济学解释，如果$f'(x_0)\cdot\frac{x_0}{f(x_0)}>0$，弹性表示在点$x_0$处，当$x$增加1%时，$f(x)$大约增加（$\left.\frac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}\right|_{x=x_0}$）%；

如果$f'(x_0)\cdot\frac{x_0}{f(x_0)}<0$，弹性则表示在点$x_0$处，当$x$增加1%时，$f(x)$大约减少（$\left.\frac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}\right|_{x=x_0}$）%.

③弹性函数：$\frac{\mathrm{E}y}{\mathrm{E}x}=f'(x)\cdot\frac{x}{f(x)}$

它表示随x变化，$f(x)$变化幅度的大小，即$f(x)$对x变化反应的灵敏度.

例1 设某商品的需求函数为Q=200-5P，其中Q为该商品的需求量，P为该商品的市场价格，求该商品在点P_0=10处的需求弹性，并说明在点P_0处，当P增加1%时，Q如何改变？

解 该商品在点P_0=10处的需求弹性为

$$\left.\frac{\mathrm{E}Q}{\mathrm{E}P}\right|_{P=10} = \left|(-5)\times\frac{10}{200-5\times10}\right| = 0.33$$

表明在点P_0处，当P增加1%时，Q将减少0.33%.

例2 某商品因原材料紧缺，拟用提价的方式降低20%的销售量，假设该商品的需求弹性系数在2—2.5之间，问应提价多少？

解 因需求函数未知，故利用如下的近似计算公式求解.

需求价格弹性为

$$\frac{EQ}{EP} \approx \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P}$$

当 $\frac{EQ}{EP} = -2$ 时，有

$$-2 \approx \frac{20\%}{\Delta P/P}$$

则

$$\frac{\Delta P}{P} \approx 10\%$$

同理可得 $\frac{EQ}{EP} = -2.5$ 时，$\frac{\Delta P}{P} \approx 8\%$，

因此该商品应提价8%~10%.